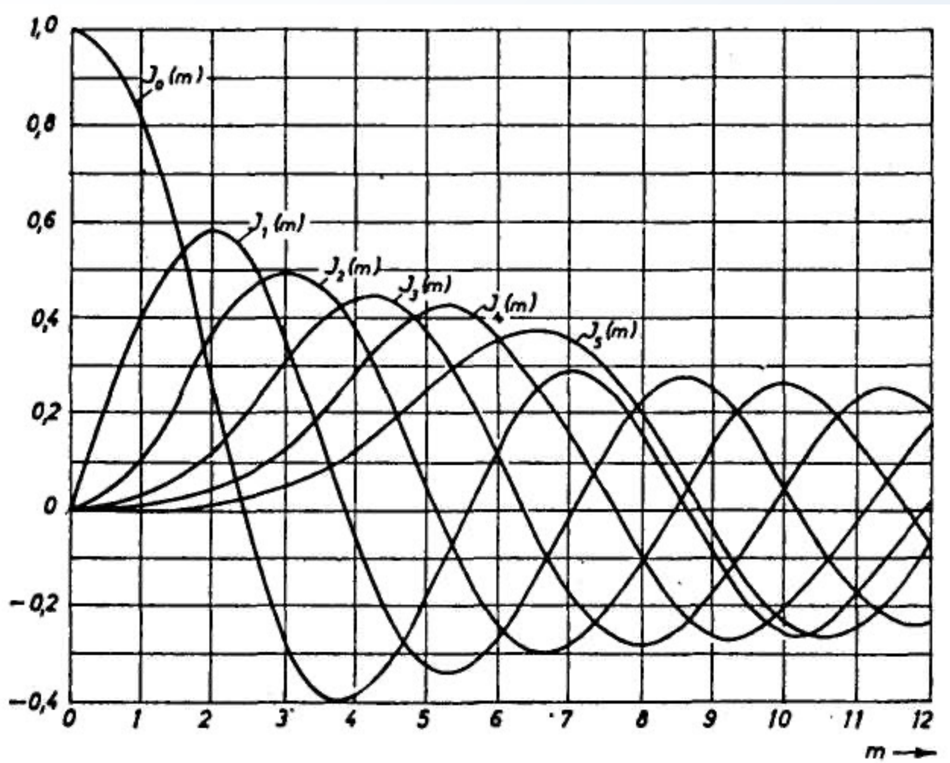
ANALIZA SPEKTRA UGAONO MODULISANIH SIGNALA

Amplitude pojedinih spektralnih komponenti ugaono modulisanog signala zavise od Bessel-ovih funkcija $J_n(m)$.
Da bi se odredila struktura amplitudskog spektra UM signala potrebno je analizirati kako zavisi $J_n(m)$ od indeksa modulacije m i reda funkcije n koji određuje red bočnih komponenti.

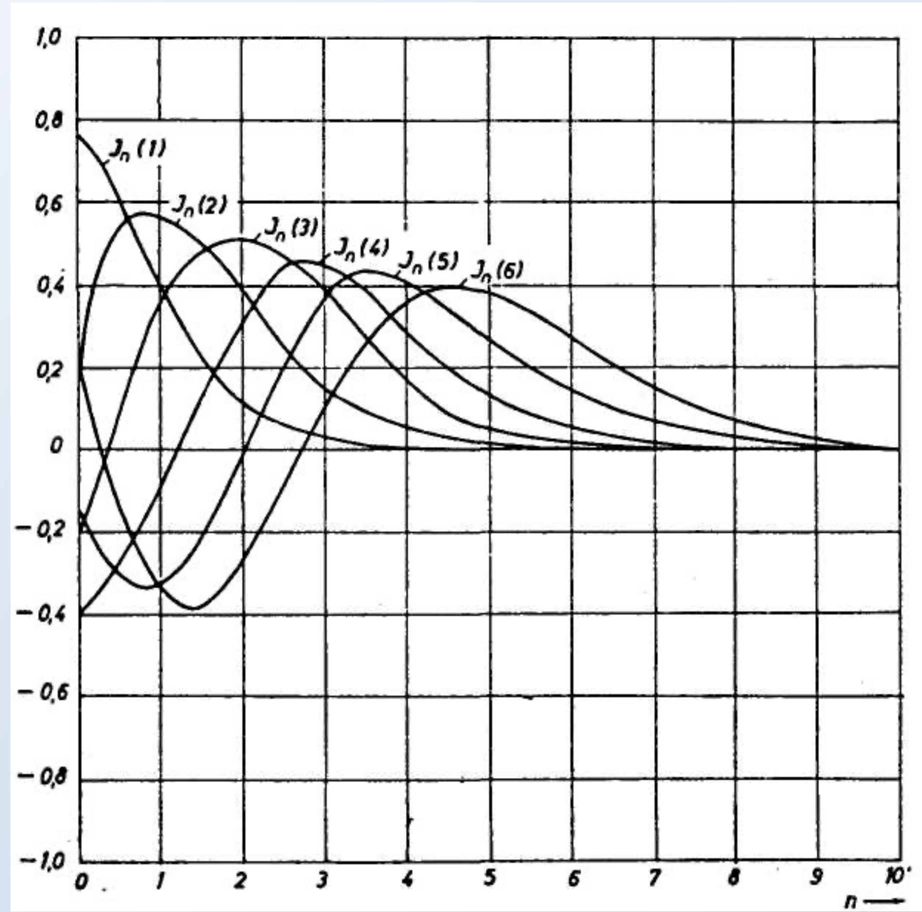
Za neke vrijednosti m i n, Bessel-ove funkcije imaju relativno vrlo malu vrijednost, pa će se one u određenim uslovima moći i zanemariti.

Zanemarivanjem pojedinih komponenti sistem za prenos se može dimenzionisati tako da ima ograničen propusni opseg, a da degradacija kvaliteta prenosa bude u dozvoljenim granicama.

NEKE KARAKTERISTIČNE OSOBINE BESSEL-OVIH FUNKCIJA



Slika: Bessel-ove funkcije $J_n(m)$;
n=const, m=var.



Slika: Bessel-ove funkcije $J_n(m)$;
m=const, n=var.

1. U slučaju da je indeks modulacije m=0, tada je $J_0(0)=1$, a $J_n(0)=0$, za n>1. Tada nema modulacije, već postoji samo nosilac.
2. Što je red funkcije *n* veći, to je prvi maksimum više udaljen od koordinatnog početka, a taj prvi maksimum je najveća apsolutna vrijednost funkcije za dati red.
3. Sa porastom indeksa modulacije *m* funkcija datog reda *n* mijenja se oscilatorno, uzimajući sve manje i manje apsolutne vrijednosti.
4. Kako red funkcije *n* u slučaju modulacije sinusoidalnim test tonom označava red bočne komponente, to kriva sa slike za usvojeni indeks modulacije *m* pokazuje relativne amplitude bočnih komponenata za cijele vrijednosti *n.*
5. Za male vrijednosti indeksa modulacije *m* Bessel-ove funkcije se mogu aproksimirati polinomom oblika $J_n(m) \cong \dfrac{m^n}{2^n n!}$
6. Za velike vrijednosti argumenta *m* približno je:

$$J_n(m) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi m}} \cos\left(m - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

7. *$J_n(m)$* počinje brzo da opada sa porastom *n* kada je ispunjen uslov *n>m.*
8. Opšta osobina Bessel-ovih funkcija je da je $J_{n \geq m+2}(m) < 0.1$

ŠIRINA OPSEGA UČESTANOSTI POTREBNA ZA PRENOS UGAONO MODULISANIH SIGNALA

Spektar UM signala sadrži neograničeno mnogo komponenti. Njihove amplitude su direktno srazmjerne ili Bessel-ovoj funkciji $J_n(m)$ (u slučaju kada je modulišući signal sinusoidalni ton), ili proizvodu Bessel-ovih funkcija različitih redova i argumenata (u slučaju kada je modulišući signal suma sinusoidalnih tonova).

Sa porastom reda *n*, vrijednosti funkcije $J_n(m)$ za $n>m$ počinju naglo da opadaju, tj. javlja se čitav niz komponenti zanemarljivo malih amplituda koje se ne prenose. Zadatak je odrediti koje komponente možemo odbaciti a da ne dođe do značajnije degradacije kvaliteta prenošenog signala.

Kriterijum o značajnim bočnim komponentama

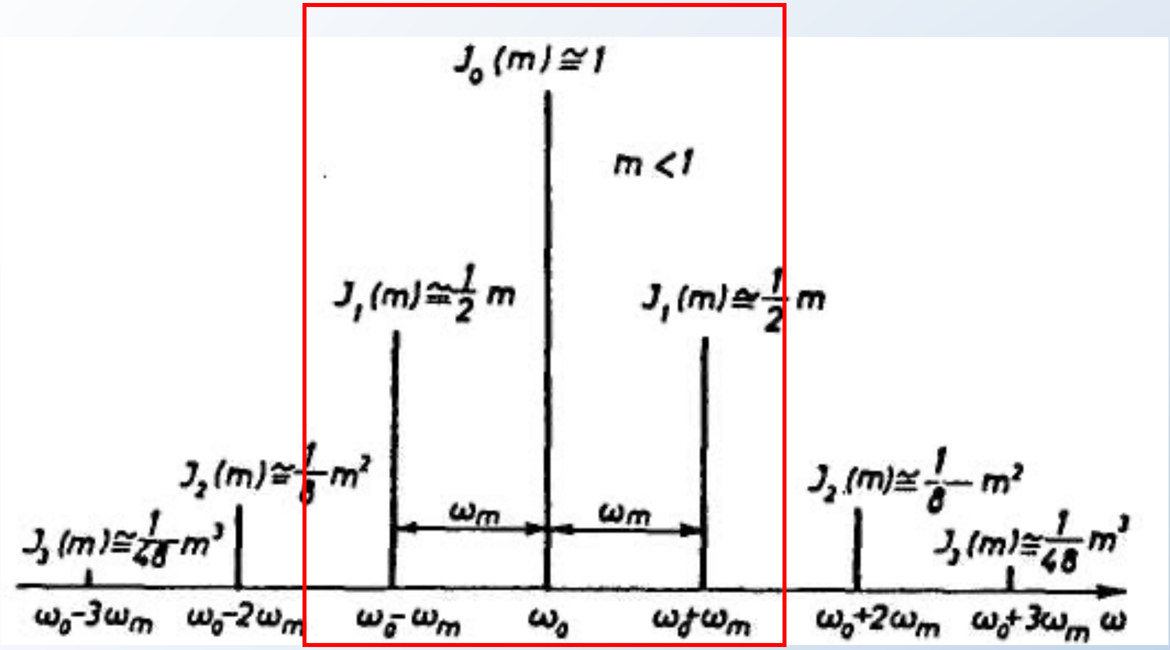
Značajnim bočnim komponentama se smatraju sve one spektralne komponente koje nose više od p% snage nemodulisanog nosioca. Najčešće se uzima da je ovaj procenat p=1%.

<u>Može se smatrati da je za prenos UM signala potreban onaj opseg učestanosti izvan koga bilo koja od spektralnih komponenata ima snagu manju od 1% snage nosioca.</u>

Širina spektra UM signala modulisanog sinusoidalnim test tonom

Neka indeks modulacije ima vrijednosti *m*<1. Tada je:

$$J_0(m) \cong 1,\ J_1(m) \cong \frac{1}{2}m,\ J_2(m) \cong \frac{1}{8}m^2, J_3(m) \cong \frac{1}{48}m^3, \ldots \qquad J_n(m) \cong \frac{m^n}{2^n n!}$$



Slika: Dio amplitudskog spektra ugaono modulisanog signala sinusoidalnim test tonom sa indeksom modulacije m<1

Na osnovu definicije značajnih komponenti UM signala, može da se pronađe vrijednost indeksa modulacije *m* pri kojoj je dovoljno prenositi samo bočne komponente prvog reda.

Nemodulisani nosilac ima relativnu amplitudu J_0(m)=1. Relativna snaga ove komponente je J_0^2(m)=1.

Relativna snaga jedne bočne komponente prvog reda treba da zadovolji uslov:

$$J_1^2(m) = \left(\frac{1}{2} m\right)^2 = 0{,}01$$

odakle je $m \leq 0.2$.

U svim slučajevima UM signala u kojima je indeks modulacije m≤0.2, dovoljno je prenositi nosilac i prve bočne komponente. Izraz za takav UM signal moći će se približno napisati u sledećem obliku:

$$u(t) \cong U_0 J_0(m) \cos \omega_0 t + U_0 J_1(m) \cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{\pi}{2}\right] + U_0 J_1(m) \cos\left[(\omega_0 + \omega_m)t + \frac{\pi}{2}\right]$$

Kako je:

$$J_0(m) \cong 1 \text{ i } J_1(m) \cong \frac{1}{2} m,$$

to je:

$$u(t) \cong U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m\, U_0 \cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{\pi}{2}\right] + \frac{1}{2} m\, U_0 \cos\left[(\omega_0 + \omega_m)t + \frac{\pi}{2}\right]$$

Ovaj izraz brojem komponenti i njihovim amplitudama podsjeća na amplitudski modulisan signal KAM tipa. Ali, fazni odnosi se znatno razlikuju.

Izraz za sinusoidalno modulisan signal KAM tipa je:

$$u_{KAM}(t) = U_0' \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

Razlika između UM i KAM signala može se najbolje uočiti iz njihove fazorske predstave.

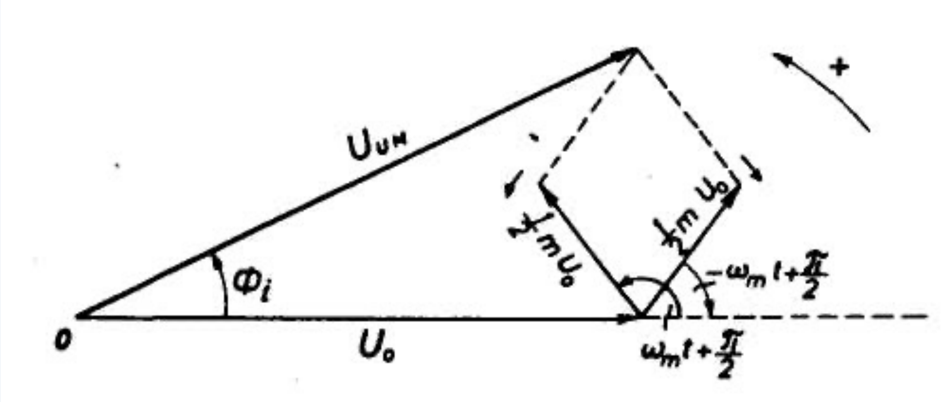
UM signal može da se napiše u obliku:

$$u(t) = R_e\left\{\left[U_0 + \frac{1}{2} mU_0 e^{-j\left(\omega_m t - \frac{\pi}{2}\right)} + \frac{1}{2} mU_0 e^{j\left(\omega_m t + \frac{\pi}{2}\right)}\right] e^{j\omega_0 t}\right\}$$

Izraz u uglastoj zagradi može da se smatra rezultantom tri fazora:

$$U_{UM} = U_0 + \frac{1}{2} mU_0 e^{-j\left(\omega_m t - \frac{\pi}{2}\right)} + \frac{1}{2} mU_0 e^{j\left(\omega_m t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Fazorski dijagram je:



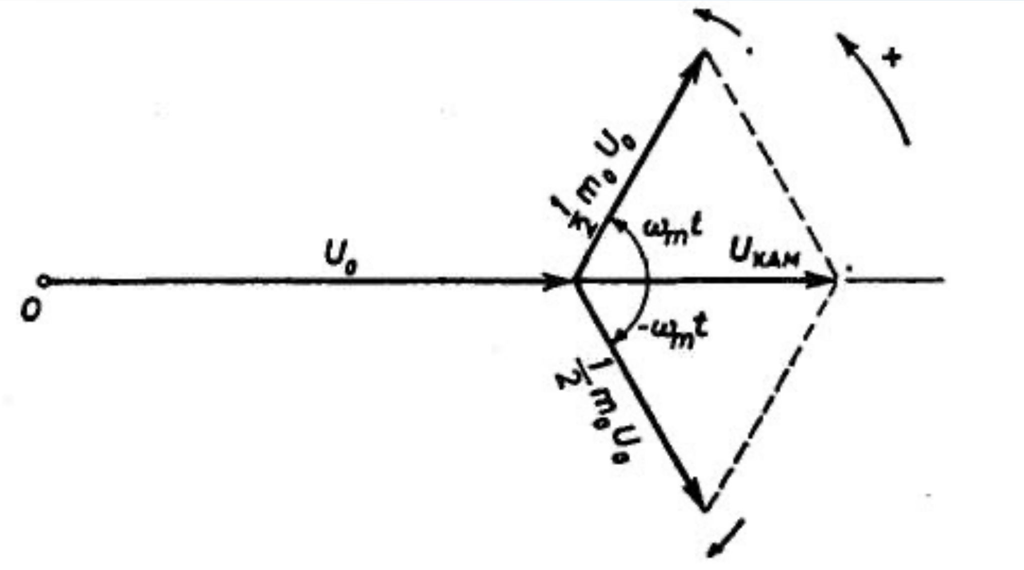
Slika: Fazorska predstava ugaono modulisanog signala sinosuidalnim test tonom pri čemu je indeks modulacije m<0,2

Na sličan način izraz za KAM signal može da se napiše u obliku:

$$u_{KAM}(t) = R_e\left\{\left[U_0 + \frac{1}{2} m_0 U_0 e^{-j\omega_m t} + \frac{1}{2} m_0 U_0 e^{j\omega_m t}\right] e^{j\omega_0 t}\right\}$$

Izraz u uglastoj zagradi je jedan fazor U_{KAM} koji predstavlja rezultantu tri fazora:

$$U_{KAM} = U_0 + \frac{1}{2} m_0 U_0 e^{-j\omega_m t} + \frac{1}{2} m_0 U_0 e^{j\omega_m t}$$



Slika: Fazorska predstava amplitudski modulisanog signala tipa KAM sinusoidalnim test tonom.

U slučaju KAM signala rezultantni fazor je uvijek na realnoj osi, i zavisno od stepena modulacije i vrijednosti U_0 mijenja se samo njegov intenzitet.

To nije slučaj sa ugaonom modulacijom. Kod nje rezultantni fazor treba da se pomjera oko svog centralnog položaja, tako da se ugao Φ_i mijenja onako kako diktira modulišući signal. Vrh fazora U_{UM} treba uvijek da opisuje dio kruga sa centrom u tački O, pošto je amplituda UM signala konstantna. Međutim, realna situacija će biti drugačija. Razlog je što smo zanemarili neke bočne komponente, pa je došlo do parazitne amplitudske modulacije.

✓ **Zaključak**:
U opštem slučaju eliminisanje izvjesnih bočnih komponenti dovodi do parazitne amplitudske modulacije.

U slučaju kada indeks modulacije nije mali, spektar ugaono modulisanog signala sadrži više od dvije značajne bočne komponente.
Kako je:

$$J_{n \geq m+2}(m) < 0.1$$

to će za ovako ugaono modulisane signale biti dovoljno da se sa svake strane nosioca prenese po $n=m+1$ bočnih komponenti. Potrebna širina opsega za prenos UM signala biće definisana Carson-ovim obrascem:

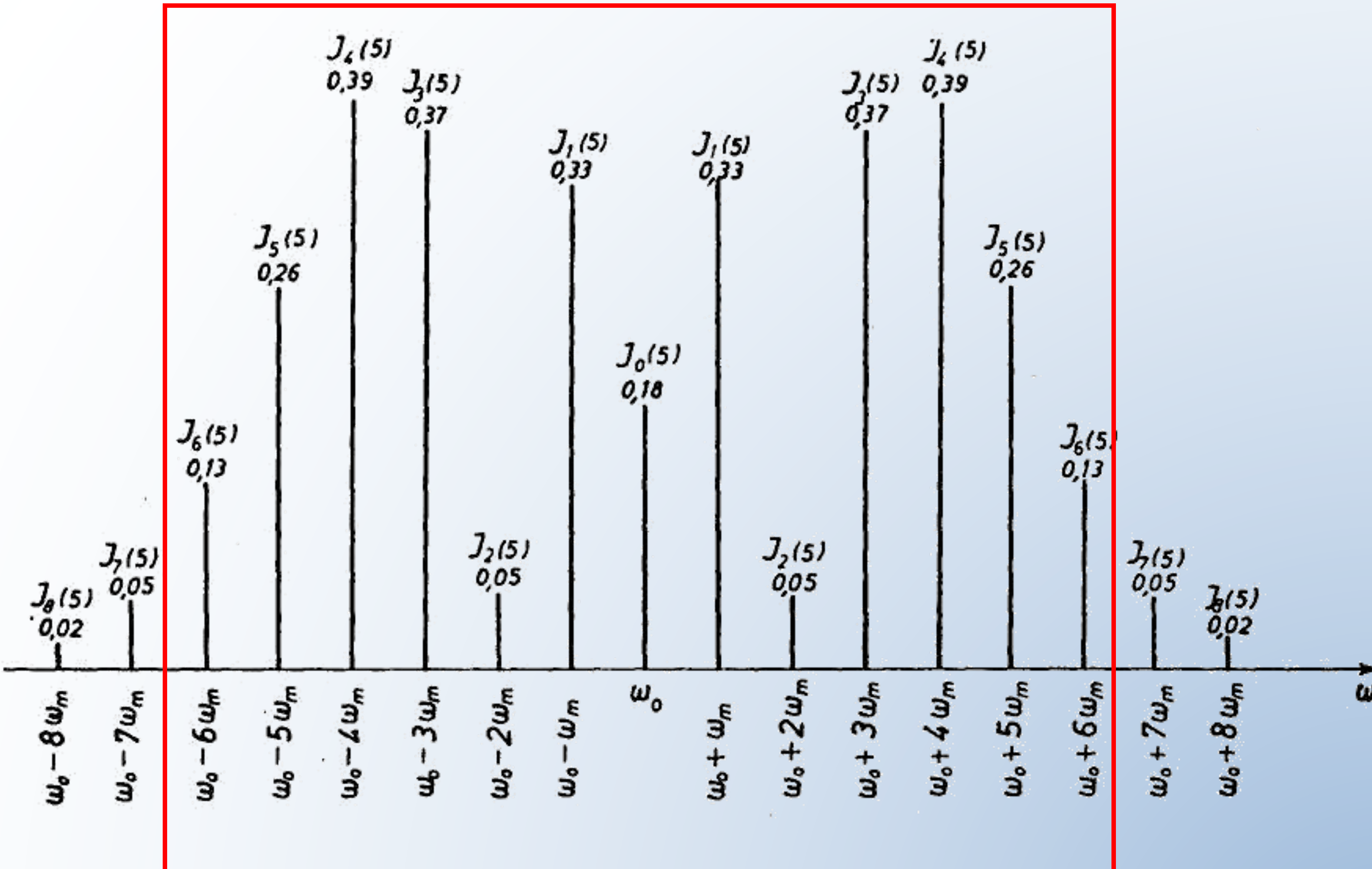
$$B = 2 f_m (m+1)$$

Carson-ov obrazac za male vrijednosti indeksa modulacije $m \ll 1$ postaje:

$$B \cong 2 f_m$$

dok je za velike vrijednosti ($m \gg 1$):

$$B \cong 2 m f_m$$



Slika: Dio amplitudskog spektra UM signala sinusoidalnim test tonom za m=5

PRINCIPI IZGRADNJE FAZNIH I FREKVENCIJSKIH MODULATORA

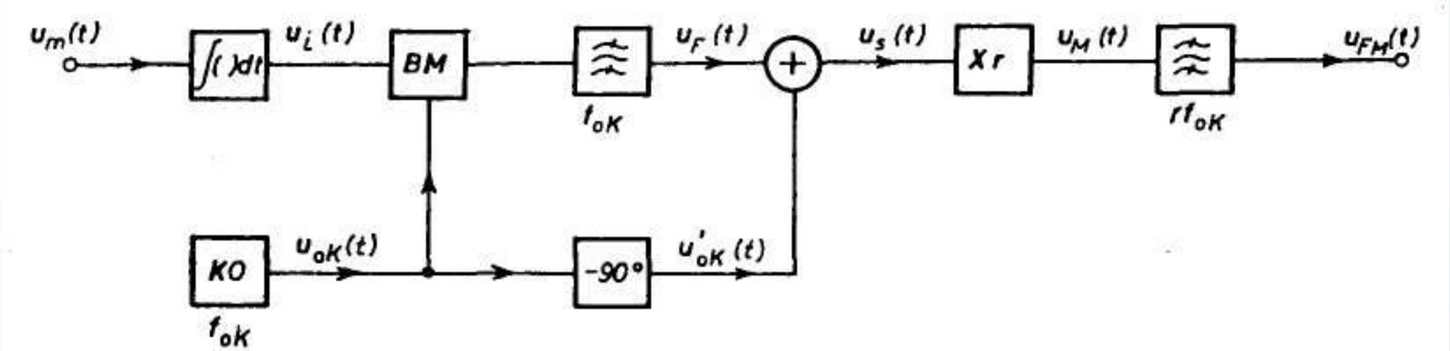
Metode generisanja FM signala mogu da se klasifikuju u dvije grupe:

1. indirektne – postupci kojima se FM signali dobijaju pomoću integratora i ΦM modulatora

2. direktne – nekim direktnim postupkom se obezbjeđuje da trenutna devijacija učestanosti bude direktno srazmjerna modulišućem signalu.

1. INDIREKTNI METODI GENERISANJA FM SIGNALA
- Armstrongov modulator

Blok šema Armstrongovog modulatora prikazana je na slici:



Slika: Blok-šema Armstrongovog modulatora

KO je kvarcni oscilator fiksne učestanosti f_{0K}. Napon na njegovom izlazu je:

$$u_{0K}(t) = U_{0K} \cos \omega_{0K} t$$

BM je balansni modulator. Neka je modulišući signal oblika:

$$u_m(t) = U_{m1} \cos \omega_m t$$

Kako modulišući signal napaja integrator, na njegovom izlazu (ulazu u BM) je:

$$u_i(t) \cong \frac{1}{RC}\int U_{m1}\cos\omega_m t \cdot dt = \frac{U_m}{\omega_m}\sin\omega_m t$$

Na izlazu balansnog modulatora, filtrom propusnikom opsega učestanosti izdvaja se signal:

$$u_F(t) = k_U u_i(t)\cdot u_{0K}(t) = k_U\frac{U_m U_{0K}}{\omega_m}\sin\omega_m t\cdot\cos\omega_{0K} t$$

Napon iz KO istovremeno napaja sklop koji unosi fazni pomeraj od -90°, pa se na njegovom izlazu dobija:

$$u'_{0K}(t) = U_{0K}\cos\left(\omega_{0K} t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0K}\sin\omega_{0K} t$$

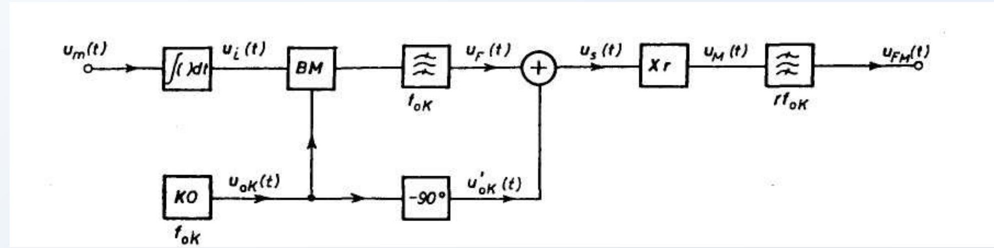
Na izlazu iz kola za sumiranje dobija se napon:

$$u_S(t) = u'_{0K}(t) + u_F(t) = U_{0K}\sin\omega_{0K} t + k_U\frac{U_m U_{0K}}{\omega_m}\sin\omega_m t\cdot\cos\omega_{0K} t$$

Ovaj izraz može da se napiše u obliku:

$$u_S(t) = U_{0K}\left(\sin\omega_{0K} t + \frac{k_U U_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\cdot\cos\omega_{0K} t\right) = U_{0K}\sqrt{1+\left(\frac{k_U U_m}{\omega_m}\right)^2\sin^2\omega_m t}\ \sin(\omega_{0K} t + \varphi)$$

Uz: $\tan\varphi = \frac{k_U U_m}{\omega_m} \sin\omega_m t$



i pretpostavku da je: $\frac{k_U U_m}{\omega_m} \ll 1$

Može se smatrati:

$$\tan\varphi \cong \varphi \qquad \text{i} \qquad \left(\frac{k_U U_m}{\omega_m}\right)^2 \to 0$$

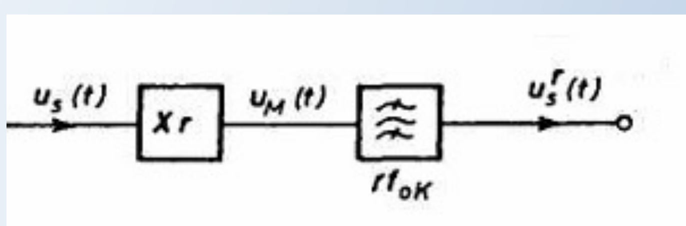
pa je:

$$u_S(t) \cong U_{0K} \sin\left(\omega_{0K} t + \frac{k_U U_m}{\omega_m} \sin\omega_m t\right)$$

$$u_S(t) = U_{0K} \sin\left(\omega_{0K} t + k_U \int U_m \cos\omega_m t \, dt\right)$$

Ovaj izraz predstavlja frekvencijski modulisan signal. Pretpostavljeni sklop vrši funkciju FM modulatora samo ako je indeks modulacije mali (m<<1). Maksimalni indeks modulacije u ovom slučaju iznosi 0,2 (signal ima nosilac i 2 bočne komponente).

Da bi se povećala devijacija učestanosti, dobijeni signal se dovodi na umnožavač učestanosti (X_r) i odgovarajući filtar:



Umnožavač je nelinearan sklop čija je karakteristika „izlaz — ulaz”:

$$u_M(t) = a_0 + a_1 u_S(t) + a_2 u_S^2(t) + \cdots + a_r u_S^r(t) + \cdots$$

Izlaznim filtrom propusnikom opsega učestanosti čija je centralna učestanost rf_{0K}, r je cio broj, se izdvaja r-ti harmonik signala u_s(t), pa je:

$$u_{FM}(t) = U_0 \sin\left(r\,\omega_{0K} t + \frac{rk_U U_m}{\omega_m}\sin\omega_m t\right) = U_0 \sin\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega_0}{\omega_m}\sin\omega_m t\right)$$

Dobija se FM signal čija je učestanost nosioca:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{r\,\omega_{0K}}{2\pi} = rf_{0K}$$

a devijacija učestanosti:

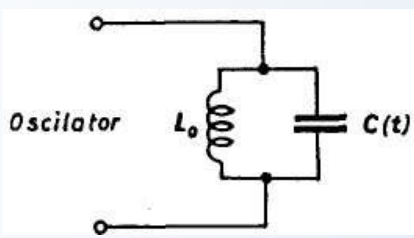
$$\Delta f_0 = \frac{1}{2\pi}\Delta\omega_0 = \frac{1}{2\pi} rk_U U_m = \frac{1}{2\pi} r\Delta\omega_{0K} = r\,\Delta f_{0K}$$

Na ovaj način je povećana maksimalna devijacija učestanosti i indeks modulacije r puta.

2. DIREKTNI METODI GENERISANJA FM SIGNALA

Direktan metod generisanja FM signala podrazumijeva da se učestanost oscilatora direktno mijenja pod uticajem modulišućeg signala. Ovaj princip se po pravilu ostvaruje tako što se neki od parametara oscilatora od koga zavisi učestanost oscilacija ω_0 mijenja u zavisnosti od modulišućeg signala. Najčešće su to kapacitivnost kondenzatora i induktivnost kalema.
Dobra strana ovih modulatora je u tome što se ***direktno*** postiže dovoljno velika devijacija učestanosti, pa nije potreban veliki broj stepeni umnožavača.

- Generisanje FM signala promjenom C ili L u rezonantnom oscilatornom kolu



Rezonantna učestanost oscilatora je:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Neka je u tom kolu induktivnost L_0=const, a neka se kapacitivnost kondenzatora mijenja ($C=C(t)$):

$$C = C(t) = C_0 + \delta C(t)$$

Trenutna učestanost generisanih oscilacija će biti:

$$\omega_i^2 = \omega^2(t) = \frac{1}{L_0 C(t)}$$

Uvrštavajući izraz za promjenjivu kapacitivnost, trenutna učestanost je:

$$\omega_i^2 = \omega^2(t) = \frac{1}{L_0 [C_0 + \delta C(t)]} = \frac{1}{L_0 C_0} \frac{1}{1 + \frac{\delta C(t)}{C_0}}$$

$$\omega_i = \omega(t) = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta C(t)}{C_0}}}$$

Pretpostavimo da su promjene kapacitivnosti male:

$$\delta C(t) \ll C_0$$

Tada će za trenutnu učestanost važiti približno:

$$\omega_i = \omega(t) \cong \omega_0 \left[1 - \frac{\delta C(t)}{2 C_0}\right]$$

$$\omega_i = \omega(t) = \omega_0 + \delta\omega_i$$

Trenutna devijacija učestanosti je:

$$\frac{\delta\omega_i}{\omega_0} \cong -\frac{\delta C(t)}{2C_0}$$

Znak - znači da povećanju kapacitivnosti δC(t) odgovara smanjenje učestanosti. Pretpostavimo da su promjene kapacitivnosti direktno srazmjerne modulišućem signalu $u_m(t)$:

$$\delta C(t) = k_C u_m(t) = k_C U_m m(t) = \Delta C_0 m(t)$$

$$\Delta C_0 = |\delta C(t)|_{max} = k_C U_m |m(t)|_{max} = k_C U_m$$

Trenutna devijacija učestanosti će biti:

$$\delta\omega_i \cong -\frac{1}{2}\omega_0 \frac{\Delta C_0}{C_0} m(t) = -\Delta\omega_0 m(t)$$

tj. učestanost izlaznog signala:

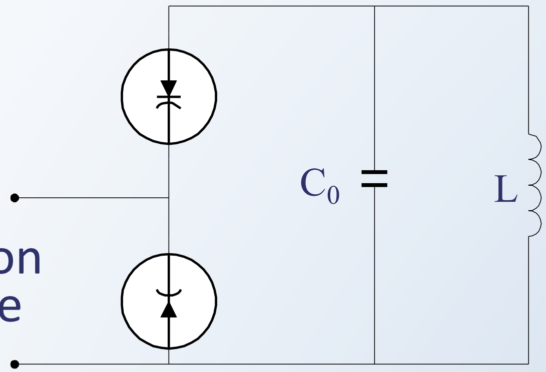
$$\omega_i = \omega(t) = \omega_0 - \Delta\omega_0 m(t)$$

Pri navedenim uslovima moguće je ostvariti da se trenutna učestanost oscilatora mijenja direktno srazmjerno modulišućem signalu.

- Jedna mogućnost promjene kapacitivnosti je pločasti kondenzator čije se rastojanje između ploča, ili njihova površina, mijenja u skladu sa modulišućim signalom.

- Druga mogućnost je upotreba varikap diode koja je negativno polarisana, a čija kapacitivnost zavisi od napona polarizacije.

$u_m(t)$+napon polarizacije



$$\delta C(t) << C_0$$

FM signale generalno možemo podijeliti na:

1. Uskopojasne – indeks modulacije je m<0.2
2. Širokopojasne – indeks modulacije je m>0.2

Oba navedena tipa modulatora su uskopojasna.

DETEKCIJA UGAONO MODULISANIH SIGNALA

U prijemniku se mora obaviti operacija inverzna modulaciji: iz ugaono modulisanog signala potrebno je izvući originalan signal koji predstavlja poslatu poruku. Ova operacija naziva se ***detekcija*** ugaono modulisanih signala.

Pošto između frekvencijske i fazne modulacije postoji opšta veza, ono što važi za detekciju FM signala može da se primijeni i za ΦM signale:

ΦD = FD + integrator

Detekcija FM signala obavlja se u sklopu koji se naziva ***diskriminator***. To je sklop čiji izlazni napon linearno zavisi od trenutne učestanosti ulaznog signala, pod uslovom da je amplituda ulaznog FM signala konstantna. Zbog navedenog uslova, ispred diskriminatora se postavlja ***limiter***. To je sklop koji odstranjuje promjene amplituda, i na taj način obezbjeđuje korektan rad diskriminatora.

Proces detekcije FM signala se obavlja u dvije faze:

1. Konverzija frekvencijski modulisanog signala u KAM signal.
2. Demodulacija KAM signala pomoću detektora anvelope.

Pretpostavimo da imamo FM signal:

$$u(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int m(t)\, dt\right]$$

Na izlazu iz diskriminatora se dobija:

$$\omega_i = \omega_0 + \Delta\omega_0 \cdot m(t) = \omega_0 + k_\omega u_m(t)$$

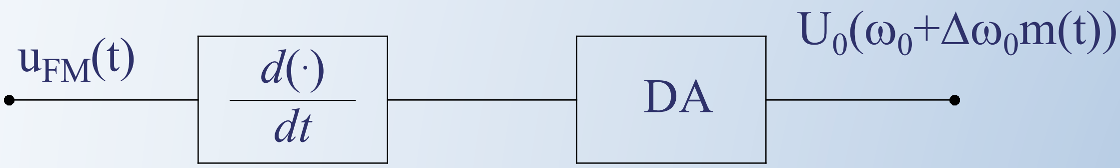
Diferenciranjem FM signala dobija se:

$$\frac{du(t)}{dt} = -U_0(\omega_0 + \Delta\omega_0 m(t))\sin(\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int m(t)dt)$$

Signal poruke je sadržan i u amplitudi i u fazi, pa je riječ o hibridno modulisanom signalu. Ako dobijeni signal propustimo kroz detektor anvelope, dobija se:

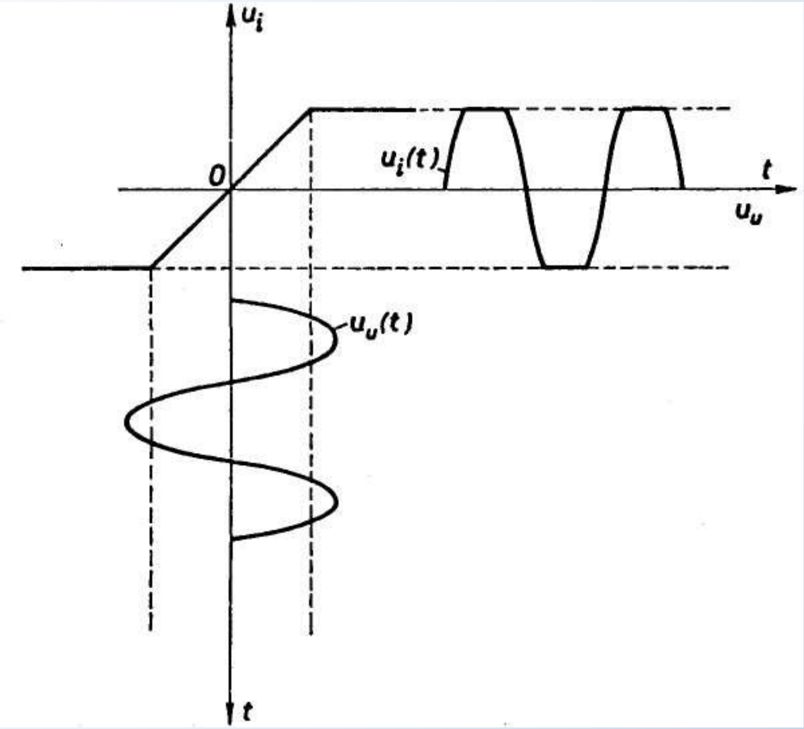
$$u_i(t) = U_0(\omega_0 + \Delta\omega_0 m(t))$$

Blok šema diskriminatora je:



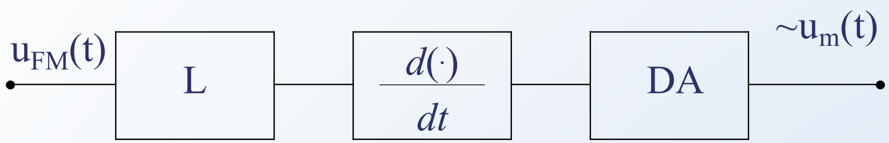
Uslov da detekcija bude realizovana na kvalitetan način je da amplituda ulaznog FM signala bude konstantna. Ako to nije ispunjeno, dobijeni signal na izlazu diskriminatora mijenjaće se sa promjenama te amplitude. Da bi se eliminisala parazitna amplitudska modulacija, ispred diskriminatora se uvijek postavlja sklop čiji je zadatak da štetne varijacije amplitude FM signala učini što manjim. Takav sklop naziva se ***limiter*** ili ***ograničavač*** amplituda.

Limiter je nelinearan sklop čija je karakteristika na slici:

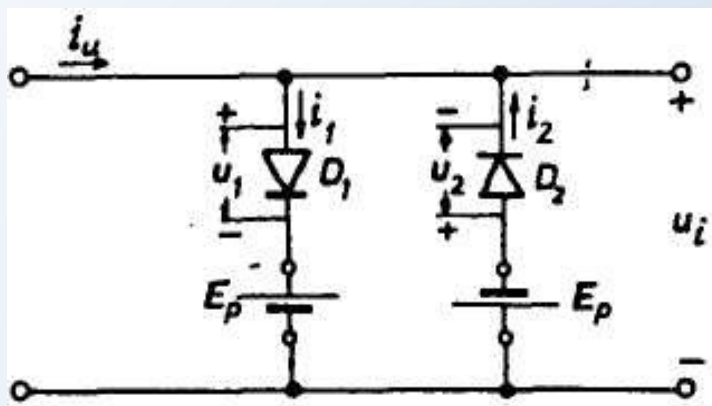


Slika: Idealna karakteristika limitera

Kompletna blok šema sklopa za detekciju će biti:



Sa L je označen limiter koji se može realizovati kao paralelna veza dvije suprotno vezane poluprovodničke diode:



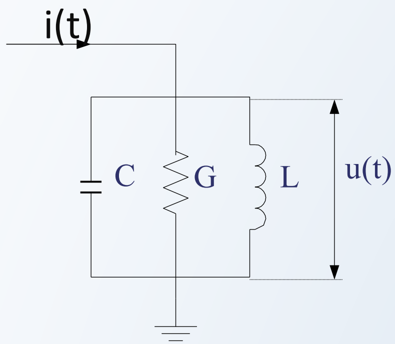
Slika: Šema limitera

U opštem slučaju, diskriminatore možemo podijeliti u dvije grupe:

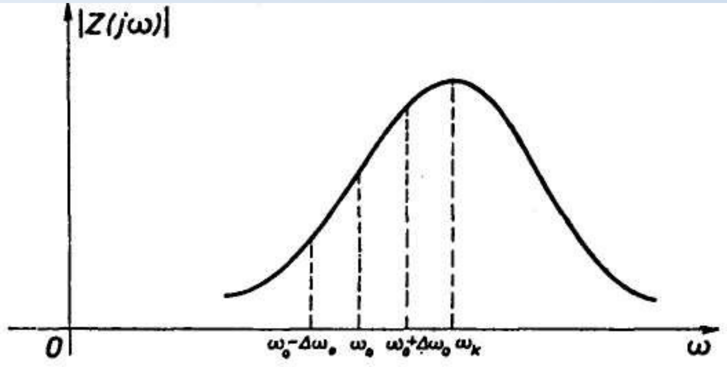
1. Tradicionalni diskriminatori- konverzija FM u KAM signal (diferenciranje) se ostvaruje pomoću oscilatornih kola
2. Moderni diskriminatori- konverzija FM u KAM signal (diferenciranje) se ostvaruje pomoću kola realizovanih u integrisanoj tehnologiji.

1. Tradicionalni diskriminatori

<u>- FM diskriminatori sa oscilatornim kolom</u>



Slika: Oscilatorno kolo koje služi za konverziju FM signala u AM signale



Slika: Zavisnost modula impedanse oscilatornog kola od učestanosti

Amplitudsko-frekvencijska kakakteristika sklopa sa slike je na jednom svom dijelu linearna. Parametre kola treba podesiti tako da je ona linearna u okolini učestanosti nosioca $\omega=\omega_0$, i da oblast linearnosti bude dovoljno velika kako bi se sve vrijednosti učestanosti nalazile unutar nje.

$$|Z(j\omega)| = \frac{|U(j\omega)|}{|I(j\omega)|} = \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right)^2}}$$

$$\delta\omega = \omega - \omega_0$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \pm \delta$$

Da bi se ispunio uslov linearnosti, mora da je:

$$\delta\omega << \omega_0$$

$$\delta << \omega_0$$

Odnosno, rezonantna učestanost i učestanost nosioca su bliske. Tada je:

$$|Z(j\omega)| \approx \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{1+4\left(\frac{C}{G}\right)^2(\delta-\delta\omega)^2}}$$

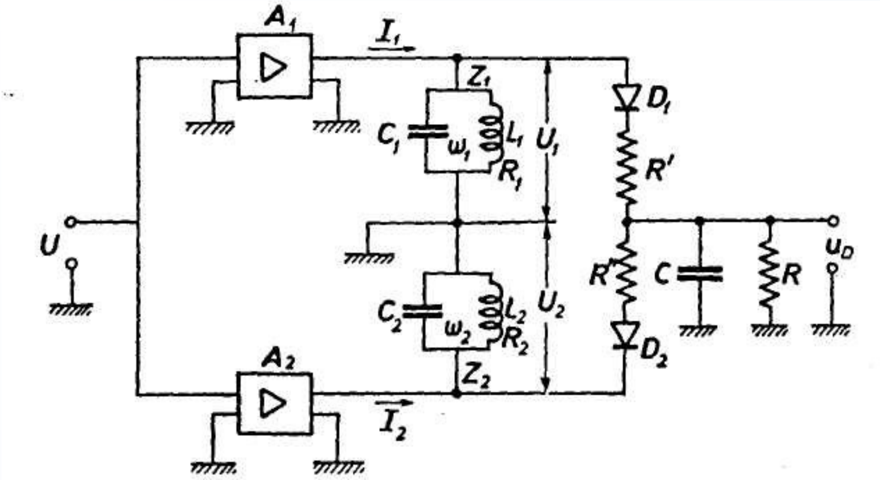
Pretpostavimo da je $\delta >> \delta\omega$, što je neophodno za rad na linearnom dijelu karakteristike. Označimo sa $\alpha = G/2C$, $\delta << \alpha$, tada je:

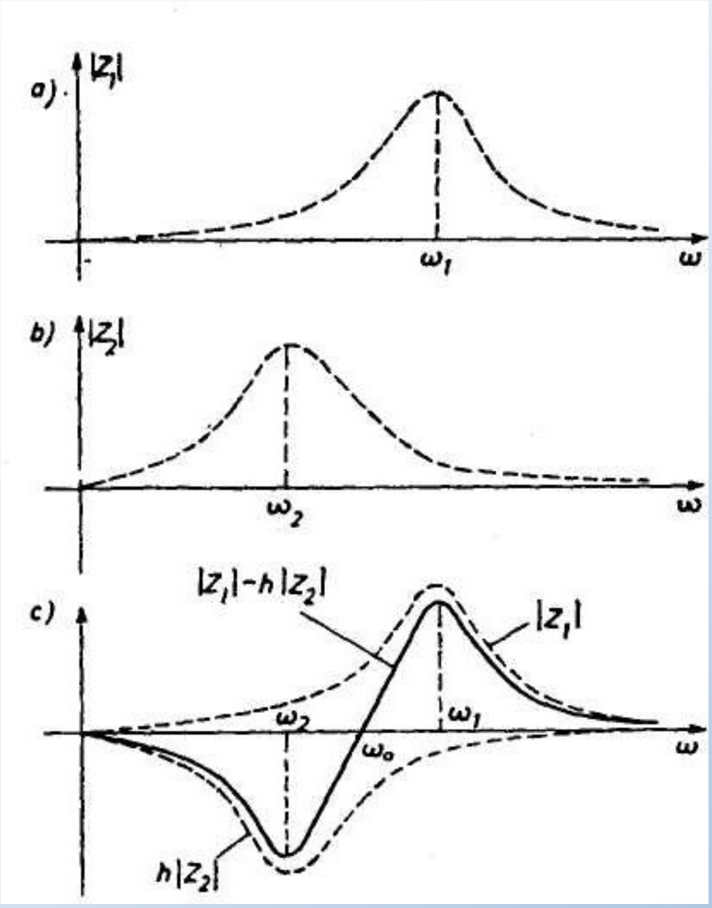
$$|Z(j\omega)| \approx \frac{1}{G}\left[\left(1 - \frac{\delta^2}{2\alpha^2}\right)\right] + \frac{\delta}{\alpha^2}\delta\omega$$

$$|U(j\omega)| = |Z(j\omega)||I(j\omega)| \approx \frac{1}{G}|I(j\omega)|\left[\left(1 - \frac{\delta^2}{2\alpha^2}\right) + \frac{\delta}{\alpha^2}\,\delta\omega\right]$$

Na izlazu iz oscilatornog kola se dobija signal koji je direktno srazmjeran $\delta\omega$. Ako je amplituda ulaznog signala $|I(j\omega)|$ konstantna, obezbijeđen je KAM signal koji se dalje propušta kroz detektor anvelope.

- Balansni diskriminator sa dva oscilatorna kola





Dva oscilatorna kola su izbalansirana, podešena su tako da je rezonantna učestanost jednog $\omega_1=\omega_0+\delta$, a drugog $\omega_2=\omega_0-\delta$. Zbirna prenosna karakteristika je takva da je linearna oblast znatno veća nego u slučaju kada imamo samo jedno oscilatorno kolo.

$$|U_D(j\omega)| = |U(j\omega)||H(j\omega)| = |U(j\omega)|\left[|H(j\omega)|_{\omega_0+\delta} - |H(j\omega)|_{\omega_0-\delta}\right] =$$

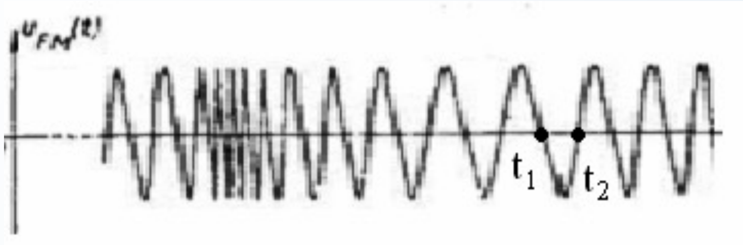
$$|U(j\omega)|\,|H(j\omega)| \; = \; |U(j\omega)|\frac{2\delta}{G\alpha^2}\,\delta\omega \sim u_m(t)$$

2. Moderni diskriminatori

- Detektor presjeka sa nulom

$$u_{FM}(t) = U_o \cos(\omega_0 t + k_\omega \int u_m(t)dt)$$

t_1 i t_2 su trenuci presjeka FM signala sa nulom. U tim trenucima faze su:



$$\varphi(t_1) = \omega_0 t_1 + k_\omega \int_{t_0}^{t_1} u_m(t)\, dt$$

$$\varphi(t_2) = \omega_0 t_2 + k_\omega \int_{t_0}^{t_2} u_m(t)\, dt$$

$$\varphi(t_2) - \varphi(t_1) = \pi \qquad \omega_0(t_2 - t_1) + k_\omega \int_1^{t_2} u_m(t)\, dt = \pi$$

Kako je uvijek $f_0 >> f_m$, to se u naznačenom intervalu u_m(t) malo mijenja:

$$u_m(t) \approx const$$

$$\omega_0 (t_2 - t_1) + k_\omega u_m(t_1)(t_2 - t_1) = \pi$$

$$(\omega_0 + k_\omega u_m(t_1))(t_2 - t_1) = \omega_i(t_2 - t_1) = \pi$$

$$\omega_i = \frac{\pi}{(t_2 - t_1)} \qquad f_i \approx \frac{1}{2(t_2 - t_1)}$$

Trenutna učestanost se može odrediti na osnovu poznavanja trenutaka kada funkcija ima vrijednost 0.
Interval u kome brojimo nule mora da bude dovoljno veliki da obuhvati dovoljan broj nula (n), ali i dovoljno mali kako bi se u_m(t) unutar njega sporo mijenjao:

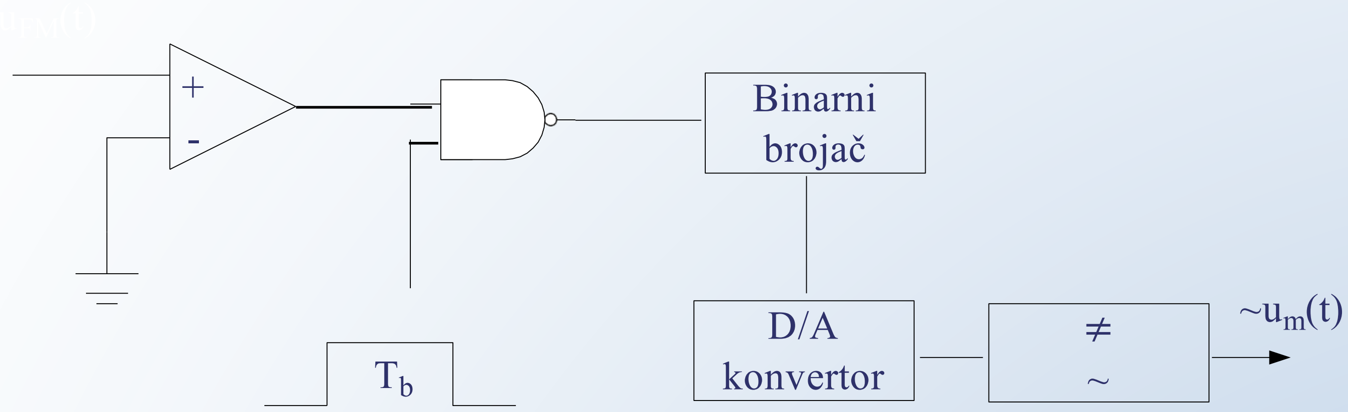
$$\frac{1}{f_0} < T_b \ll \frac{1}{f_m}$$

$$n \approx \frac{T_b}{t_2 - t_1} = \frac{T_b}{\frac{\pi}{\omega_i}} = \frac{T_b}{\pi}\omega_0 + \frac{T_b}{\pi}k_w u_m(t)$$

$$n = n_0 + K u_m(t)$$

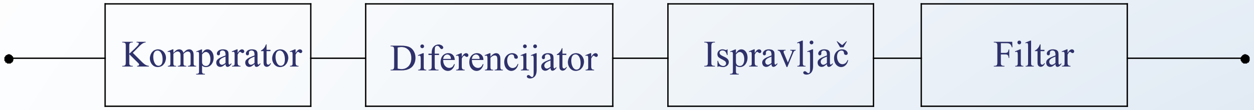
$$\delta n = n - n_0 = K u_m(t)$$

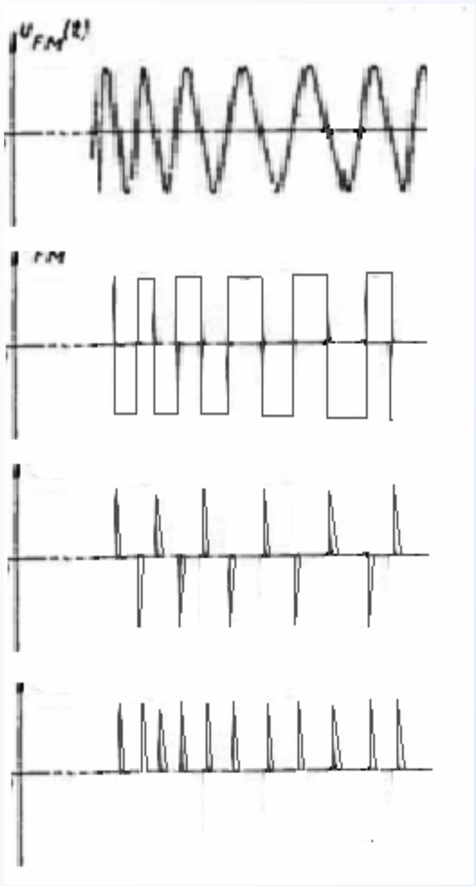
Jedan način realizacije je na slici:



Komparator na izlazu daje pravougaonu povorku koja mijenja polaritet svaki put kad signal prođe kroz nulu. Logička kapija se otvara u intervalu brojanja, pa binarni brojač daje broj presjeka sa nulom. U D/A konvertoru se vrši konverzija cifre u odgovarajuću analognu veličinu.

Drugi način je:





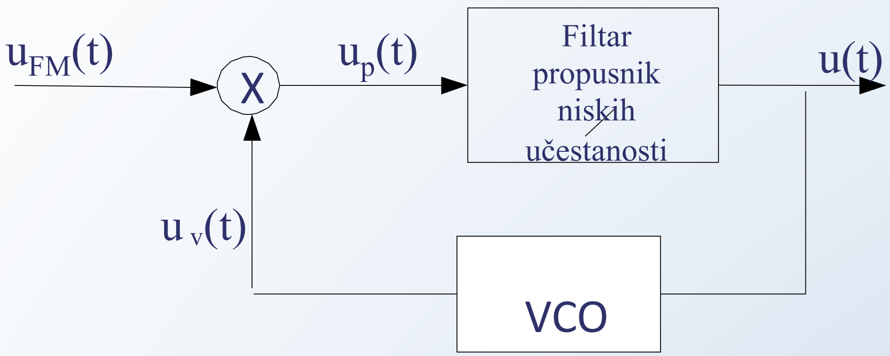
FM signal

Signal na izlazu iz komparatora

Signal na izlazu iz diferencijatora

Signal na izlazu ispravljača

- PLL (Phase Locked Loop) detektor



Ovo je sistem sa pozitivnom povratnom spregom, sa naponski kontrolisanim oscilatorom (VCO) u povratnoj grani. u_p(t) je signal proporcionalan faznoj razlici FM signala na ulazu i signala na izlazu iz VCO.

Kada se trenutna faza u_{FM}(t) i u_v(t) izjednače, tada su ova dva signala ista:

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_1(t))$$

$$\varphi_1(t) = k_\omega \int u_m(t)dt$$

$$u_v(t) = U_v \sin(\omega_0 t + \varphi_2(t))$$

$$u_p(t) = K u_{FM}(t) u_v(t)$$

$$u_p(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v [\sin(\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) + \sin(2\omega_o t + \varphi_1(t) + \varphi_2(t))]$$

Prolaskom kroz NF filtar dobija se:

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v \sin(\varphi_2(t) - \varphi_1(t))$$

Kada su faze približno jednake:

$$\varphi_2(t) \approx \varphi_1(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v (\varphi_2(t) - \varphi_1(t))$$

Ovaj signal dolazi na ulaz VCO.

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_\omega u_m(t)$$

$$\varphi_2(t) = k_0 \int u(t)dt \qquad \frac{d\varphi_2(t)}{dt} = k_0 u(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{2} K U_0 U_v \left[k_0 \int u(t)dt - \varphi_1(t)\right] / \frac{d(.)}{dt}$$

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_0 \left[- \frac{2 \frac{du(t)}{dt}}{k_0 K U_0 U_v} + u(t) \right]$$

Ako pretpostavimo da je učestanost signala u(t) znatno manja od k_0K:

$$\frac{\frac{du(t)}{dt}}{k_0K} << 1 \Rightarrow \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \approx k_0 u(t)$$

S obzirom na relaciju:

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_\omega u_m(t)$$

$$\Rightarrow u(t) \cong \frac{k_\omega}{k_0} u_m(t)$$

Izlazni signal je srazmjeran modulišućem signalu.